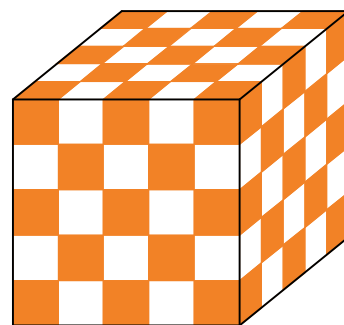




XX Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

4 клас

1. Куб зі стороною 5 складається зі 125 білих і чорних одиничних кубиків так, що будь-які два сусідні (по гранях) кубики мають різний колір. Кубики у вершинах чорні. Скільки білих одиничних кубиків використано? Відповідь обґрунтуйте.
2. У кошику 30 яблук, червоних і жовтих. Микита обирає 10 з них, потім Сашко обирає 5 із цих десяти, а потім знову Микита вибирає 2 з цих п'яти. Якщо обидва виявляться червоними, Микита виграв. При якій найменшій кількості червоних яблук Микита напевно зможе виграти? Відповідь обґрунтуйте.
3. Три їжачки ділили три шматочки сиру масами 5 г, 8 г і 11 г. Лисиця стала їм допомагати. Вона може від будь-яких двох шматочків одночасно відрізати і з'їсти по 1 г сиру. Чи зможе лисиця залишити їжачкам рівні шматочки сиру? Відповідь обґрунтуйте.
4. Серед чотирьох людей немає трьох з однаковим ім'ям, або з однаковим по батькові, або з однаковим прізвищем, але у кожних двох збігається або ім'я, або по батькові, або прізвище. Чи може таке бути? Відповідь обґрунтуйте.
5. Квадрат 3×3 заповнений цифрами так, як показано на рисунку зліва. Дозволяється, почавши з будь-якого місця, ходити по клітинках цього квадрата, переходячи з клітинки у сусідню (по стороні), але ні в яку клітинку не дозволяється потрапляти двічі. Андрійко пройшов так, як показано на рисунку праворуч, і виписав по порядку всі цифри, що зустрілися по дорозі, — вийшло 84937561. Нарисуйте інший шлях так, щоб вийшло найбільше можливе число. Відповідь обґрунтуйте.



1	8	4
6	3	9
5	7	2

1	8	4
6	3	9
5	7	2

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 1 година 15 хвилин

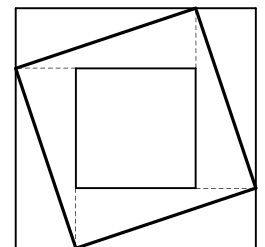
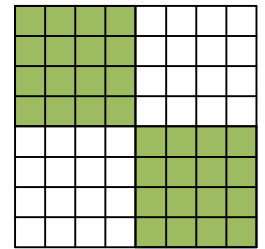
Київ, ліцей «Лідер»
18 березня 2012 року



XX Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

5 клас

1. Клітинки таблиці 8×8 пофарбовані в чорний і білий кольори, як показано на рисунку. Скільки квадратів, які складаються із чотирьох клітинок і мають однакову кількість білих і чорних клітинок? Відповідь обґрунтуйте.
2. Коли Поспішайко хоче записати якусь дату, він пише число і номер місяця (саме в такому порядку) арабськими цифрами, не залишаючи між ними пропусків, не розміщуючи жодного розділового знака і не ставлячи нулів на початку числа. Скільки дат в році не можна розрізнити при такій формі запису? Відповідь обґрунтуйте.
3. Уздовж дороги довжиною 60 км стоять кілька пеньків (більше одного). Перший турист йде по дорозі зі швидкістю 5 км/год і біля кожного пенька відпочиває одне і те ж ціле число годин. Другий турист їде на велосипеді зі швидкістю 12 км/год і біля кожного пенька відпочиває у два рази довше за першого туриста. Почали й закінчили рух туристи одночасно. Скільки пеньків уздовж дороги? Відповідь обґрунтуйте.
4. Дядечко Скрудж зайшов до магазину спортивних товарів за подарунками для племінників. Протягнувши продавцеві 20 тугриків, він попросив продати йому один футбольний м'яч, три баскетбольних і коробку тенісних. Чи має він отримати решту, якщо грошей на покупку напевно вистачить, і один тенісний м'яч коштує 33 щиглики, а один футбольний — стільки, скільки коштують три баскетбольних та п'ять тенісних м'ячів разом? (Зауважимо, що 1 тугрик = 100 щигликів.) Відповідь обґрунтуйте.
5. Площа найбільшого квадрата дорівнює 16 квадратних одиниць; площа найменшого квадрата — 4 квадратні одиниці. Яка площа похиленого квадрата, який розміщений між великим та малим квадратами? Відповідь обґрунтуйте.



Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 2 години

Київ, ліцей «Лідер»
18 березня 2012 року



XX Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

6 клас

1. Киця важить як 5 хом'ячків та ще половина киці. Собака важить як п'ять киць та ще половина собаки. У скільки разів собака важча за хом'ячка? Відповідь обґрунтуйте.
2. За столом сиділи 5 хлопчиків і 6 дівчаток, а на столі на тарілці лежало кілька булочок. Кожна дівчинка дала по булочці з тарілки кожному знайомому хлопчику. Потім кожен хлопчик дав по булочці з тарілки кожній незнайомій йому дівчинці. Після цього тарілка спорожня. Скільки було булочок? Відповідь обґрунтуйте.
3. У новорічну ніч трьом товстунам подарували 2012 кг шоколаду. З того моменту щоранку перший товстун з'їдає шосту частину наявного шоколаду, вдень другий товстун з'їдає п'яту частину залишку, а ввечері третій товстун з'їдає чверть нового залишку. Якого числа якого місяця шоколаду вперше залишиться менше кілограма? Відповідь обґрунтуйте.
4. Грані грального кубика занумеровані числами від 1 до 6. Петрик склав з восьми гральних кубиків удвічі більший куб так, що числа на гранях, що прилягають одна до одної, однакові. Чи може сума всіх 24 чисел, написаних на поверхні складеного Петриком куба, дорівнювати 87? Відповідь обґрунтуйте.
5. Неточні терези показують вагу, яка може відрізнятись від справжньої, але не більше, ніж на 0,5 кг (при різних зважуваннях відхилення показань терезів від справжньої ваги можуть бути різними!). Коли на них поклали свої портфелі Андрій та Боря, терези показали 5,5 кг, портфелі Борі та Вані заважили 6 кг, а Вані та Андрія — 7 кг. Коли ж хлопці зважили разом всі три портфелі, терези показали 8 кг. Скільки важить кожен портфель насправді? Відповідь обґрунтуйте.

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 2 години 30 хвилин

Київ, ліцей «Лідер»
18 березня 2012 року



XX Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

7 клас

1. Сума двох чисел більша за їх добуток, але менша від їх різниці. З'ясуйте, додатні чи від'ємні ці числа. Відповідь обґрунтуйте.
2. У змаганнях з гімнастики 2 команди мали однакову кількість учасників. У результаті загальна сума балів, отриманих усіма учасниками, дорівнює 156. Скільки було учасників змагання, якщо кожен з них отримав тільки оцінки у 8 або 9 балів?
3. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту CD . Знайдіть кути BAC та ABC , коли відомо, що $BD - AD = AC$.
4. Чи існують такі попарно різні числа a , b і c , що $a(b - c) = b(c - a) = c(a - b)$?
5. Усі натуральні числа від 1 до 101 у деякому порядку записані в рядок. Чи може отримане багатозначне число бути квадратом деякого натурального числа?
6. Чи можна, користуючись тільки операціями додавання, віднімання та множення, скласти з виразів $3x^2 + x$ та $3x$ вираз, що тотожно дорівнює x ?

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 3 години 30 хвилин

Київ, ліцей «Лідер»
18 березня 2012 року